

Union of Mathematicians of Macedonia - ARMAGANKA

**IX SEMINAR OF DIFFERENTIAL
EQUATIONS AND ANALYSIS**

and

**1st CONGRESS OF DIFFERENTIAL
EQUATIONS, MATHEMATICAL ANALYSIS
AND APPLICATIONS**

CODEMA 2020

Proceedings of the CODEMA 2020
Зборник на трудови од CODEMA 2020

Skopje, 2021

ВЕКТОРИТЕ ВО ОСНОВНОТО ОБРАЗОВАНИЕ, ПРЕД И ПОСЛЕ

ВОВЕДУВАЊЕТО НА КЕМБРИЦ ПРОГРАМАТА

ISBN 978-608-4904-09-0

UDC: 373.3.091.214:512.64

Ана Димовска, Томи Димовски

Апстракт. Во оваа статија е направена споредба на старата програма по математика и Кембриц програмата од аспект на вектори. Ставен е акцент на потребата од изучување на векторите во основното образование. Мотивацијата за оваа статија, односно користењето на “векторскиот” пристап е развивање на геометриска интуиција за концептите како права, рамнина и простор; полесна интерпретација на проблеми од геометрија и навремено совладување на техника која е корисна од чисто математички цели (корисна во други математички области), но и во интердисциплинарни области како физика, хемија, компјутерски науки и други. Потребата од изучувањето на вектори во оваа статија е заокружена со елементарни примери од геометрија и физика.

1. ВОВЕД

Каква е наставата по математика денес? Дали како наставници можеме да бидеме задоволни од програмите и нивната реализација? Наставата по математика е фокусирана на реализирање на наставната програма, така што главна цел на многу наставници е да ги натераат учениците да го научат пропишаниот материјал, во рамки на можностите. Со ваквиот начин на учење најзапоставени се најспособните ученици. Бидејќи не се доволно оптоварени, тие учат со леснотија и со леснотија го совладуваат материјалот. Како резултат на претходно кажаното, тие добиваат погрешен впечаток за тежината на материјата, а и не ретко губат интерес за истата. Предизвикот во посетување на настава и следење на истата се сведува на меморирање на предвидените по програма “методи” и задачи кои како такви и потекнуваат од концептот вектори, меѓутоа се адаптирани за една група на ученици која е само дел од целата група на ученици. Наставникот е оставен да ја организира наставата по Кембриц која му е законска должност, но и по негова желба и зависно од неговите можности и ентузијазам да го поттикнува нивниот развој. Овде лоцираме еден дел од проблемите во нашето образование.

Ако направиме една споредба на учебниците по математика за основно образование, по Кембриц и старата програма, можеме да забележиме дека во некои теми тие целосно се разликуваат. Овде конкретно ќе ја разгледуваме геометријата бидејќи по наше мислење тука има најголеми пропусти.

2010 Mathematics Subject Classification. 97-00

Key words and phrases. Вектор, Кембриц, Образование

За почеток ќе направиме мала дискусија за учебниците по програмата на Кембриџ. Нејзина главна карактеристика е спиралната наставна програма, односно учениците изучуваат одредена тема, но подоцна се навраќаат на истата тема и повторно ја изучуваат на повисоко ниво и во поинаков контекст. Идејата за постапно воведување на поимите и повторување на истите теми во второ полугодие, е сосема различно од претходната програма по која се водеше наставата по математика и дава можност на учениците кои не ја совладале или делумно ја совладале материјата, тоа да го корегираат. Од 6то до 9то одделение во глобала се изучуваат истите теми.

Во старата програма секоја година се воведуваше тема и таа се изучуваше до крај, без повторување и навраќање на претходните години. Избегнувањето на неколкукратното повторување отвара повеќе временски простор за воведување на разни рубрики како дополнителни и дододтни теми кои се соодветни за различни подгрупи во големата група од ученици. Конкретно, постоеа временски услови и можности да се работат теми кои се однесуваат на послабите, но и теми кои се однесуваат на посилните ученици.

2. ГЛАВЕН ДЕЛ

Иако е иновативна Кембриџ програмата има некои пропусти, кои по наше мислење најмногу им прават штета на талентираниите ученици, најмногу натпреварувачите. Темата вектори која воопшто не се изучува по програмата на Кембриџ, е еден од најголемите недостатоци во новата програма. Од друга страна, во старите учебници (слика 1,2 и 3) во 8мо одделение по деветтолетка или старо 7мо одделение по осмолетка, целосно се изучува темата вектори (поим вектор, операции со вектори, транслација и својства).

СОДРЖИНА

I. ВЕКТОРИ. ТРАНСЛАЦИЈА

1. 1. ВЕКТОРИ

1. 1. 1. Исто насочени и спротивно насочени полуправи 5

1. 1. 2. Вектор 6

1. 1. 3. Еднаквост на вектори 8

1. 1. 4. Собирање на вектори 10

1. 1. 5. Одземање на вектори 13

1. 1. 6. Задачи за вежбање 14

1. 2. ТРАНСЛАЦИЈА. ПРИМЕНА

1. 2. 1. Транслација 15

1. 2. 2. Својства на транслациите 16

1. 2. 3. Примена на транслација 18

1. 2. 4. Задачи за вежбање 20

1. 3. ЗАДАЧИ ЗА САМОПРОВЕРКА 20

ТЕМА 1. ВЕКТОРИ. ТРАНСЛАЦИЈА

ВЕКТОРИ. ОПЕРАЦИИ СО ВЕКТОРИ		ТРАНСЛАЦИЈА	
1. Насоченост на полуправите. Насока	4	6. Транслација	22
2. Вектори	7	7. Својства на транслацијата	24
3. Еднаквост на вектори	11	8. Примена на транслацијата	27
4. Собирање на вектори	14	Провери го твоето знаење	30
5. Одземање на вектори	19		

Слика 2

**ТЕМА I
ВЕКТОРИ. ТРАНСЛАЦИЈА**

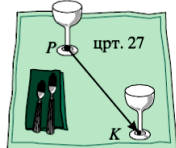
I.1. Правец и насока	5
I.2. Насочена отсечка. Вектор	8
I.3. Еднаквост на вектори	10
I.4. Собирање на вектори. Својства	12
I.5. Одземање на вектори	16
I.6. Множење на вектор со број. Својства	17
I.7. Скаларни и векторски величини	20
I.8. Транслација	21
I.9. Својства на транслацијата	23
I.10. Примена на транслацијата	26
Задачи за повторување и утврдување – I	28
Задачи за самоконтрола – I	29

Слика 3



1. 2. 1. Транслација

Мира ја поместила чашата од едно на друго место на масата (црт. 27). Значи, Мира ја придвижила својата чаша од една во друга точка, односно извршила транслација. Придвижувањето на чашата е опишано со векторот \vec{a} , а тоа е всушност векторот кој е определен со двете точки: почеток Р што одговара на почетната положба на чашата на Мира, и крај К што одговара на положбата во која чашата се наоѓа по придвижувањето. Вакво поместување, односно придвижувањето на даден објект се вика транслација.



Примери за транслација во секојдневниот живот има многу. Токму од практичните потреби, транслацијата е дефинирана и во математиката, за понатаму да најде примена во многу други науки (најчесто во физиката и нејзините гранки). Транслацијата ќе ја дефинираме на следниот начин:

Нека \vec{a} е даден вектор. Пресликувањето $f: \Pi \rightarrow \Pi$ кое на секоја точка М од рамнината Π придружува точка M_1 така што $\overline{MM_1} = \vec{a}$, односно $Mf(M) = \vec{a}$ се вика **транслација**.



Слика 4

Познавањето на векторите и нивното користење во решавањето на геометриски проблеми од разни математички натпревари како и корелацијата со други предмети е од големо значење за учениците од основното образование. Иако темата вектори се изучува во прва година средно образование, сметаме дека е подобро таа да се изучува уште во 8мо одделение, како што беше во старата програма. Кој учебник да го одбереме по старата програма, Димовски, Крстевска, Ристовска (слика 1), Стефановски, Целаковски (слика 2) или Тренчевски, Тренчевски (слика 3), концептот е ист. Во сите учебници темата започнува со воведување на дефиниција за насочена отсечка или вектор и се разгледуваат неговите основни карактеристики должина, правец и насока. Потоа се воведуваат поимите колинеарни вектори, истонасочени вектори, спротивно насочени, спротивни вектори и поимот за нулти вектор. Сите овие поими се користат во програмата по физика за основно образование. Потоа е дадена дефиниција за еднаквост на вектори и како се пренесува вектор на дадена точка (добивање на еднаков вектор со зададен таков што неговата почетна точка да биде друга произволна точка). Дефинирани се операциите собирање и одземање вектори, како и множење на вектор со скалар. Потоа дефинирани се скаларни и векторски величини, учебник Тренчевски, Тренчевски (слика 5) кои се од голема важност за корелација на предметот математика со предметот физика. Брзина, забрзување, сила, движење и слично, сите тие се векторски величини кои се изучуваат по предметот физика во основното образование, а се векторски величини.

1.7. СКАЛАРНИ И ВЕКТОРСКИ ВЕЛИЧИНИ

Во претходните лекции се запознавме со векторите, операциите со нив и нивните својства. Видовме дека својствата на операциите со вектори се аналогни како оние за броевите. Во практиката најчесто се среќаваме со два вида величини: **скаларни** и **векторски**.

Скаларни величини се оние, кои се наполно определени со задавање на еден број, односно со нивната големина. Такви се, на пример: температурата на воздухот (мерена во Целзиусови степени), масата на едно тело (мерена во грамови), должината на некоја отсечка (мерена во метри), плоштината на двор (мерена во m^2), волуменот на некое тело (мерен во m^3) итн. Забележуваме дека сите претходно наведени величини се еднозначно определени со соодветната единица мерка и мерниот број.

Векторски величини, пак, се оние величини за чие задавање е потребно не само нивната големина, туку и нивната насока. Тие се сретнуваат многу често во физиката и во техниката. Такви се, на пример: брзината, забрзувањето, силата и други. Еве два примера:

Пример 1. Еден воз се движи со брзина од 100 km на час, а еден патник во возот се движи со брзина од 5 km на час. Колкава е брзината на патникот во однос на Земјата?

Бидејќи брзината е векторска величина, неопходно е да знаеме дали патникот во возот се движи во истата насока како и возот, или, пак, во спротивна насока. Ако се движи во иста насока како и возот (црт. 38а), тогаш бараната брзина на патникот ќе биде $100 \text{ km/h} + 5 \text{ km/h} = 105 \text{ km/h}$ во насока на движењето на возот. Ако, пак, патникот се движи во насока спротивна од движењето на возот (црт. 38б), тогаш бараната брзина ќе биде $100 \text{ km/h} - 5 \text{ km/h} = 95 \text{ km/h}$ во насока на движењето на возот.

Слика 5

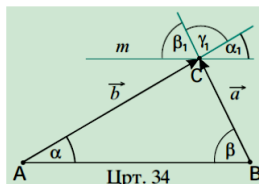


1. 2. 3. Примена на транслацијата

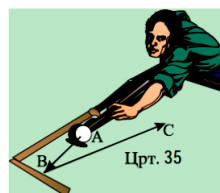


1. Докажи дека збирот на внатрешните агли во триаголникот изнесува 180° .

Користи го црт. 34 и воочи ја врската при транслација на аголот α за вектор $\overline{AC} = \vec{b}$ и транслацијата на аголот β за вектор $\overline{BC} = \vec{a}$. Зошто $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 180^\circ$?



2. Запиши го векторот за кој ќе се помести топчето за билијард користејќи ја врската на векторите според точките означени на црт. 35.



3. Дадени се правите p , q и векторот \vec{a} (црт. 36). Конструирај точки M и M_1 на правите p

и q , соодветно, така што $M_1 = t_a(M)$.

Слика 6

1.10. ПРИМЕНА НА ТРАНСЛАЦИЈАТА

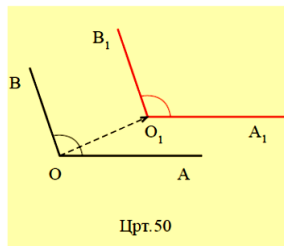
Транслацијата наоѓа широка примена при докажувањето на некои тврдења и решавањето на некои конструктивни задачи.

Теорема 1. Ако краците на еден агол се истонасочени соодветно со краците на друг агол, тогаш тие два агла се еднакви.

Претпоставка: $OA \parallel O_1A_1$ и $OB \parallel O_1B_1$ (црт. 50).

Тврдење: $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$.

Доказ. Да ја разгледаме транслацијата за вектор $\overline{OO_1}$, при која точката O се пресликува на точката O_1 . При таа транслација полуправата OA ќе се преслика на истонасочената полуправа O_1A_1 , а полуправата OB - на истонасочената полуправа O_1B_1 . (црт. 50). Според тоа, аголот AOB при транслацијата за вектор $\overline{OO_1}$ ќе се преслика на аголот $A_1O_1B_1$, а тоа значи дека $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$.



Слика 7

На крајот од темата се изучува транслација, учебник Димовски, Крстеска, Ристовска (слика 4) и нејзините својства, како и примена на транслација. Лекцијата **својства на транслација** започнува со својството “При секоја транслација права се пресликува во права паралелна со неа” и “При секоја транслација фигура се пресликува во фигура складна со неа”, својства кои имаат широка примена во математиката. Со овие две својства многу полесно се совладуваат конструкциите, се докажува складност на фигури, итн. Многу од геометриските проблеми и познати резултати може многу поинтуитивно и поедноставно да се изучуваат и докажуваат со помош на вектори. Конкретно, многу интересни и важни тврдења во геометријата и конструктивни задачи се сведуваат на транслација. Во учебникот Димовски, Крстеска, Ристовска (слика 6) во лекцијата **примена на транслација** е докажано едно многу важно својство “Докажи дека збирот на внатрешните агли во триаголник е 180° ”. Во учебникот Трен-

чевски, Тренчевски (слика 7) е докажана теоремата “Ако краците на еден агол се исто насочени соодветно со краците на друг агол, тогаш тие два агли се еднакви”. По усвојување на материјалот од оваа тема учениците се способни да го совладаат материјалот од предметот физика без да учат на памет, полесно да ги разберат концептите на сличност и складност на триаголници со кои ќе се сретнат во погорните оделенија, полесно можат да докажуваат својства и теореми, лесно можат да ја совладаат темата геометриски трансформации и конструкциите на фигурите, како и да ја развијат нивната математичка интуиција при решавање на математички проблеми. Што се однесува на талентираниите ученици и нивното учество во натпревари од најниско до највисоко ниво, тоа е незамисливо и невозможно без да ја совладаат оваа тема. Учениците кои не учеле вектори во регуларното основно образование, мораат дополнително да трошат време за да ги совладаат, секако ако планираат да имаат некакви резултати.

Од друга страна, ако ги разгледаме содржините на учебниците по математика од 6то до 9то одделение по Кембриџ програмата (слика 8-11), ќе забележиме дека секоја година се работат геометриски трансформации, односно осна симетрија, translација, ротација, зголемување и сличност, но во ни едно одделение не се изучуваат векторите, барем не експлицитно. Исто така можеме да забележиме дека во 8мо одделение се изучуваат конструкции без претходно воведен поим вектор и без изучување на translацијата векторски.

Содржина			
Месна вредност	7	Именување четириаголници	47
Претставување броеви на бројна оска	8	Видови паралелограми	48
Заокружување броеви	9	Танграм	49
Децимални броеви чиј збир е 1 или 10	10	ЗД-форми	50
Процени и собери	11	Координати	51
Парни и непарни броеви	12	Проширен координатен систем	52
Собирање и одземање	13	Осна симетрија	53
Споредување и подредување броеви	14	Translација	54
Стратегији за собирање	15	Ротација	55
Стратегији за одземање	16	Читање време	56

Слика 8

2.2 Упростување изрази	56	8 Геометрија и решавање проблеми	188
2.3 Бројни низи	60	8.1 Агли на трансверзала	189
2.4 Низи од геометриски шеми	62	8.2 Накрсни агли	192
Задачи за повторување	66	8.3 ЗД-форми	198
3 Геометрија и решавање проблеми	69	8.4 Симетрија	200
3.1 Именување и означување точка, права, отсечка и агол	69	8.5 Мерење и цртање	202
3.2 Видови агли	71	8.6 Осна симетрија	216
3.3 Многуаголници	74	8.7 Ротација	220
3.4 Симетрија и својства на многуаголници	79	8.8 Translација	224
3.5 Координати	85	8.9 Комбинирана геометриски трансформации	227
Задачи за повторување	87	Задачи за повторување	229

Слика 9

3	Геометрија и решавање проблеми	85	7.4	График на линеарна функција	242
3.1	Правоаголен триаголник	86	7.5	Равенка на права од нејзиниот график	245
3.2	Видови четириаголници	87	7.6	Равенки од вид $y = mx + c$	248
3.3	Складни 2Д-форми	90	7.7	Алгебарски изрази	249
3.4	Агли на прави	92		Задачи за повторување	254
3.5	Агли на триаголник	96	8	Геометрија и решавање проблеми	258
3.6	Мрежи на 3Д-форми	99	8.1	Триаголник и четириаголник	259
3.7	Симетрија	101	8.2	Агли на прави	261
3.8	Конструкција на симетрали	104	8.3	Симетрија и геометриски трансформации	263
3.9	Средна точка	109	8.4	Цртежи во размер	267
3.10	Конструкции со круг и делови од круг	111	8.5	Пропорционално зголемување	269
3.11	Конструкција на триаголник	113		Задачи за повторување	275
3.12	Геометриски трансформации	117	9	Мерење и решавање проблеми	279
	Задачи за повторување	120	9.1	Плоштина и периметар на круг	279

Слика 10

	член на низа	45	8	Геометрија и решавање проблеми	192
2.9	Правило за одредување n -ти член на низа	49	8.1	Конструкција на прави	193
2.10	n -ти член на аритметичка низа	52	8.2	Конструкција на правилни многуаголници	197
	Задачи за повторување	55	8.3	Геометриско место на точки	200
3	Геометрија и решавање проблеми	58	8.4	Агли на многуаголник	203
3.1	Три димензии	58	8.5	Правилни мозаици	214
3.2	Осна симетрија во три димензии	64	8.6	Мали и азимут	217
3.3	Тесалација	66	8.7	Питагорова теорема	222
3.4	Опишување трансформации	70	8.8	Примена на Питагорова теорема	226
3.5	Зголемување и сличност	75		Задачи за повторување	230
	Задачи за повторување	80	9	Мерење и решавање проблеми	236
			9.1	Средна брзина	236

Слика 11

По програмата на Кембриџ се изучува поместување на 2-де форми во насоките: горе, долу, лево и десно по однапред зададена мрежа, како и нивна ротација за 90^0 , 180^0 , 270^0 во насока на стрелките на часовникот и обратно. Се работат геометриски трансформации, но без вектори. Во учебникот за 7мо одделение, во лекцијата **комбинирање геометриски трансформации** се напоменува својството “При геометриски трансформации добиената слика е секогаш складна со оригиналот” кое се докажува со помош на вектори (слика 12). Во лекцијата **транслација** на сликата која е дадена како пример за транслација користат ознаки за вектор (слика 13). Во истиот учебник ги има и лекциите **цртање паралелни прави** и **цртање правоаголник и квадрат**, кои се всушност примена на транслација.

8.9 Комбинирање геометриски трансформации

Геометриска трансформација е прсликување со кои од една форма (оригинал) добиваме друга форма (слика).

Геометриските трансформации применети на една форма ја менуваат нејзината местоположба.

Досега изучивме три геометриски трансформации: осна симетрија, ротација и транслација.

При овие геометриски трансформации, добиената слика е секогаш складна со оригиналот.

Слика 12

8.8 Транслација

Третата геометрирска трансформација е **транслација**. Транслација е поместување на 2Д-формата од едно место на друго без осна симетрија или ротација. **Оригиналот и сликата се секогаш со ист облик и иста големина. Тие се складни 2Д-форми.**

Еве неколку примери за транслација.



Слика 13

Во учебникот за 8мо одделение во лекцијата **складни 2Д-форми**, на сликата која е дадена како пример за складни фигури повторно се користи ознаката за вектор, каде што точно се гледа дека при транслација на дадена фигура за даден вектор се добива складна фигура на дадената. Неколку лекции понатаму се изучува **конструкција на триаголник**, материја во која се користи транслацијата со вектор, но не и по Кембриџ програмата. Во лекцијата **триаголник и четириаголник** се спомнува својството за збир на аглите во триаголникот, кое видовме дека се докажува со помош на вектори. Во истиот учебник во лекцијата **геометриски трансформации** е решен пример на транслација. При решавањето иако не е објаснето со примена на вектори на сликата повторно се користи ознака за вектор.

3.3 Складни 2Д-форми

Во VI и VII одделение учевме за три геометрирска трансформации на 2Д-формите. Тие се **транслација, осна симетрија и ротација**.

Почетната 2Д-форма пред трансформацијата ја нарекуваме **оригинал**.

Крајната 2Д-форма добиена по трансформацијата ја нарекуваме **слика**.

На цртежот е прикажана транслација за 3 квадратчиња надесно и 2 квадратчиња нагоре.

Кај оригиналот, страните што го образуваат правиот агол имаат должини од 3 квадратчиња и 2 квадратчиња, соодветно.

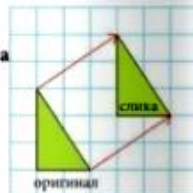
Кај сликата, соодветните страни имаат, исто така, должини 3 квадратчиња и 2 квадратчиња.

Кај оригиналот и кај сликата долниот лев агол е прав.

Хипотенузата на оригиналот е еднаква со хипотенузата на сликата.

Забележуваме дека сите соодветни страни и соодветни агли на двата триаголника се еднакви меѓу себе.

За ваквите 2Д-форми велите дека се **складни**.



Слика 14

3.12 Геометриски трансформации

Во VI и VII одделение учевме за три вида **трансформации**, односно пресликувања.



Почетната 2Д-форма ја нарекуваме **оригинал**.

Крајната 2Д-форма ја нарекуваме **слика**.

Во секоја од овие три трансформации сликата е **складна** на оригиналот. Тоа значи дека сликата има иста големина и форма со оригиналот.

Слика 15

Во учебникот за 9то одделение во лекцијата **опишување трансформации** конечно се спомнува поимот вектор (слика 16): „Транслација за вектор (x, y) значи поместување за x единици надесно или налево (по x -оската) и за y единици нагоре или надолу (по y -оската)”. Тука го дефинира поимот транслација преку поимот вектор, иако претходно не е дефиниран поимот вектор.

Транслација

Треба да е даден детален опис за поместувањето.

Тоа често се претставува како растојание надесно (или налево) и растојание нагоре (или надолу).

За насоките можеме да користиме и запис со вектор, како на пример: (x, y)

Транслација за вектор (x, y) значи поместување за x единици надесно или налево и за y единици нагоре или надолу.

Ако вредноста на x е позитивна, тогаш поместувањето е надесно.

Ако вредноста на x е негативна, тогаш поместувањето е налево.

Ако вредноста на y е позитивна, тогаш поместувањето е нагоре.

Ако вредноста на y е негативна, тогаш поместувањето е надолу.

На пример, поместување за вектор $(-4, -5)$ значи поместување за 4 единици налево и за 5 единици надолу.

Слика 16

Од досегашното излагање можеме да заклучиме дека во новата програма поимот вектор, воопшто не е дефиниран, нити се спомнува дека транслацијата е всушност поместување за даден вектор. Со избегнувањето на векторскиот пристап, на некој начин се ограничуваат можностите и

размислувањето на учениците. Се избегнува користење на поим кој во иднина секако ќе мора да го сретнат. Поим кој им е потребен за усовршување на математичките способности и совладување на темите по предметот физика.

На цртежи, силите ги претставуваме со насочена отсечка или вектор.

Користењето вектор на сила е соодветен начин за претставување на силите бидејќи дава информации за правецот и насоката на силата, како и за нејзината големина.

Цртање на векторот на силата

Со векторот на силата се прикажува правецот, насоката и големината на силата. Со означувањето на векторот се објаснува кое тело дејствува со сила и врз кое тело таа сила дејствува.

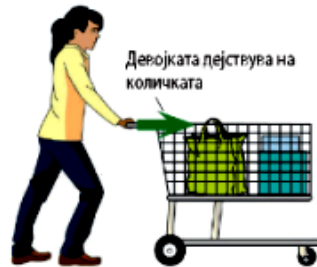
На сликата е даден пример во кој девојка турка количка. Со означувањето на векторот на силата се покажува кое тело дејствува со сила (турка) и врз кое тело таа сила дејствува.

Сили се појавуваат кога две тела заемнодејствуваат, односно взаемно дејствуваат.

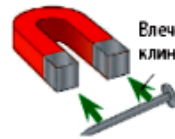
Магнетот може да привлече железен клинец. Велиме дека магнетот и клинецот си заемнодејствуваат. Магнетот го влече клинецот, односно клинецот е привлечен од магнетот.

На сликата е прикажана силата со која магнетот дејствува на клинецот.

Користиме вектор на сила да ги покажеме правецот, насоката и големината на силата



Девојката дејствува на количката



Влечење на клинец од магнет

Ознаката на векторот на сила го покажува заемното дејство на двете тела

Слика 17

Активност 1.1 Означување на силите

Пронајди неколку сили изначи ги со вектори.

- 1 Исечи три стрелки од картон или хартија. Нека бидат долги околу 20 cm. Употреби ги за да ги прикажеш векторите на силите кај некои заемнодејства.
- 2 Најди место или предмети на кои дејствува сила. Одреди го правецот и насоката на дејство на силата.
- 3 Запиши соодветна ознака на еден од векторите (кое тело дејствува со сила и на кое тело таа сила дејствува).
- 4 Постави ја или залепи ја стрелката така што ќе ги означува насоката, правецот на дејство и нападната точка на силата.
- 5 Повтори ја постапката и со другите стрелки.



слика 18

Кембриџ програмата не е усогласена по предметите математика и физика. Во физиката по Кембриџ програмата, како и по старата програма се изучуваат векторски величини и се очекува дека учениците знаат што е

поимот вектор. Уште во првата тема се изучува силата како векторска величина (слика 17). На учениците им е зададена активност (слика 18) која треба да ја извршат со помош на вектори, а тие воопшто се немаат сретнато со тој поим. Од нив се очекува самите дополнително да совладаат цела тема, за да можат да ја пратат програмата по физика.

4. ЗАКЛУЧОК

Заклучокот што треба да го извлечеме по оваа направена споредба меѓу старата и новата програма е дека иако Кембриџ програмата има свои предности таа има голем недостаток во областа геометрија. Очигледно е дека Кембриџ програмата не придонесува за некаков поголем интелектуален развој, ако се знае дека голем дел од содржините децата ги усвојуваат механички и фактографски, вклучувајќи го помнењето, наместо да ги развиваат мисловните процеси. Конкретно темата вектори има голема важност во развивањето на математичките способности и размислувањето на секој ученик. Затоа сметаме дека наставниците не може да се држат само до пропишаниот материјал, туку мора да изнаоѓаат начин и време за да воведат и други поими кои не се предвидени во програмата, се со цел да подобри моменталниот образовен процес.

СУДИР НА ИНТЕРЕСИ

Авторите изјавија дека нема судир на интереси.

БЛАГОДАРНОСТ

Авторите искрено им се благодаруваат на рецензентите за вредните предлози со кои се подобри презентацијата на трудот.

Литература

- [1] Дончо Димовски, Билјана Крстеска, Снежана Ристовска, *Математика за 7 одделение на осумгодишното основно образование*, Просветно дело, Скопје, 2009
- [2] Карен Морисон, *Математика за шесто одделение*, Арс ламина, Скопје, 2020
- [3] Сју Пембертон, Патрок Кивлин, Пол Винтерс, *Математика за седмо одделение*, Арс ламина, Скопје, 2020
- [4] Сју Пембертон, Патрок Кивлин, Пол Винтерс, *Математика за осмо одделение*, Арс ламина, Скопје, 2020
- [5] Сју Пембертон, Патрок Кивлин, Пол Винтерс, *Математика за деветто одделение*, Арс ламина, Скопје, 2020

- [6] Јово Стефановски, Наум Целакоски, *Математика за седмо одделение*, Алби, Скопје, 2010
- [7] Костадин Тренчевски, Глигор Тренчевски, *Математика за седмо одделение*, Просветно дело, Скопје, 2009
- [8] Мери Џонс, Дајан Фелоус Фриман, Дејвид Сенг, *Физика 8*, Албериа дизајн, Тетово, 2018
- [9] Мери Џонс, Дајан Фелоус Фриман, Дејвид Сенг, *Физика 9*, Албериа дизајн, Тетово, 2018

ООУ Св. Климент Охридски, Скопје - Бутел, Македонија

E-mail address: naumcevska.ana@hotmail.com

Машински факултет, Св. Кирил и Методиј, Скопје, Македонија

E-mail address: tomi.dimovski@gmail.com

Publisher
Union od Mathematicians of Macedonia – ARMAGANKA

Editor in chief
Prof. d-r Aleksa Malcheski

CIP - Каталогизација во публикација
Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски",
Скопје

51(082)

PROCEEDINGS of CODEMA 2020 = Зборник на трудови од CODEMA
2020. -
Skopje : Armaganka, 2021. - 375 стр. : илустр. ; 25 см

Текст на мак. и англ. јазик. - Фусноти кон текстот. - Библиографија кон
трудовите

ISBN 978-608-4904-09-0

а) Математика -- Зборници

COBISS.MK-ID 53570309

$$1) \int \frac{\sqrt{x} dx}{(a \pm bx)^{m-1}}$$

$$\int \frac{x\sqrt{x} dx}{a - bx} = \frac{6a\sqrt{x} - 2bx}{3b^2}$$

$$\frac{a - x + x\sqrt{x}}{(a - bx)^{m-1}} + \frac{3}{2(m-1)}$$

$$= \frac{2a\sqrt{x} + \frac{a\sqrt{a}}{b^2\sqrt{b}} \ln \left| \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right|}{2(m-1)}$$